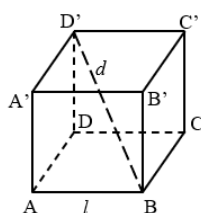


MATEMATICA PENTRU O VIAȚĂ MAI BUNĂ!



$$d = l\sqrt{3}$$

$$A_b = l^2$$

$$P_b = 4l$$

$$A_t = 4 \cdot A_b = 4l^2$$

$$A_t = 6 \cdot A_b = 6l^2$$

$$V = A_b \cdot h = l^3$$

x	30°	45°	60°
sin x	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg x	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctg x	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Mulțimea numerelor naturale

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$$

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

Mulțimea numerelor întregi

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$$

$$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Mulțimea numerelor raționale

$$\mathbb{Q} = \left\{x / \text{există } m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0, \text{ a.î. } x = \frac{m}{n}\right\}$$

$$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$

Revista "Matematica pentru o viață mai bună"

Profesor coordonator: Roman Rozalia Ioana

Colectivul de redacție

Profesor: Roman Rozalia Ioana

Profesor: Moldovan Raluca

Profesor: Costin Mariana

Profesor Gherghel Ioana

Echipa de proiect local: "Matematica pentru o viață mai bună", an școlar 2024-2025

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăstur, Maramureș

Coordonator: profesor Roman Rozalia Ioana

Director: profesor Pop Ioan

Director adjunct: profesor Coțofan Olivia

Profesor: Moldovan Raluca

Profesor: Pop Marilena

ISSN 3045 - 2546
ISSN-L 3045 - 2546

Cuprins

Secțiunea I: SĂ CUNOAȘTEM MATEMATICIENI RENUMIȚI!	6
Euclid din Alexandria, eleva Bretan Adriana Maria	6
Pitagora, elev Conț Raul	7
Thales din Milet, eleva Mendelson Alexandra Gabriela	8
Dan Barbilian – Geniul dintre Matematică și Poezie, eleva Filip Teodora Monica	9
Gheorghe Țițeica, elev Chira Cristian Petru	10
Nicolae Abramescu, elev Stan Alex	11
Albert Einstein, elev Boldijar Nicolas	11
Blaise Pascal, elev Filip Rareș	12
Matematicieni celebri: Euclid, eleva Bode Maria Georgiana	14
Matematicieni celebri: Leonhard Euler, eleva Moldovan Daria Nicola	15
Matematicieni celebri: Pitagora, eleva Moldovan Daria Nicola	16
Matematicieni celebri: René Descartes, eleva Bode Maria Georgiana	17
Secțiunea a II-a: EXERCIIȚII ȘI PROBLEME REZOLVATE	18
Probleme selectate din subiectele de olimpiade și concursuri școlare, clasa a V-a, anul școlar 2024-2025, eleva Buda Alexandra Georgiana	18
Probleme de supermate, eleva Florean Ioana Diana	20
Problemă de algebră cu procente și divizibilitate, elev Miculaș Mizsnyak Rareș Paul	21
Probleme deosebite de algebră, eleva Ungur Eliza Andreea	22
Relații metrice în triunghiul dreptunghic, eleve Filip Daria, Coteanu Raisa	23
Problemă propusă în nr. 1/2024, elev Bot Emanuel	27
Distanțe și unghiuri în tetraedru, elev Buda Tudor	29
Unghiul diedru, eleva Bode Maria Georgiana	31
O condiție necesară ca un paralelipiped să fie cub, eleva Moldovan Daria-Nicola	32
Problema propusă în nr. 1/2024, elev Chira Cristian Petru	32
Secțiunea a III-a: PLANIFICAREA BUGETULUI	34
Planificarea bugetului pentru o excursie de 6 zile în Madrid, Spania, eleva Bode Maria Georgiana	34
Planificare buget excursie de două zile, pentru 2 familii, elevă: Moldovan Daria-Nicola	35
Planificarea bugetului familiei, elevii Școlii Gimnaziale "Vasile Gheție" Berința	36
Planificarea bugetului de familie, elevii clasei a VI-a B	40
Secțiunea a IV-a: PROBLEME PROPUSE	43
Clasa a V-a	43
Clasa a VI-a	44
Clasa a VII-a	45
Clasa a VIII-a	46

Secțiunea I: SĂ CUNOAȘTEM MATEMATICIENI RENUMIȚI!

Primele opt articole se pot vedea în format digital pe pagină web realizată de elevii clasei a VIII-a B ai Școlii Gimnaziale "Augustin Buzura" Copalnic Mănăstur: <https://sites.google.com/view/matematicienicelebri/>

Euclid din Alexandria

Eleva Bretan Adriana Maria

Clasa a VIII-a B

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăstur

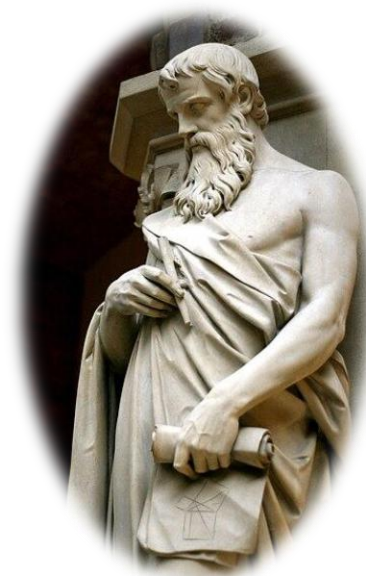
Prof. coordonator: Roman Ioana

Euclid (în greacă veche Εὐκλείδης, Eukleídēs, latinizat: Euclides; n. secolul al IV-lea î.Hr.), numit și Euclid din Alexandria, a fost un matematician grec care a trăit și a predat în Alexandria în Egipt, în timpul domniei lui Ptolemeu I (323 – 283 î.Hr.).

Euclid este cunoscut prin opera sa principală, *Elementele*, care sistematizează cunoașterea matematică dezvoltată în cursul secolelor anterioare, explicitând noțiunile și propozițiile primitive printr-un sistem de axiome. Expunerea se bazează pe raționament deductiv.

Deși multe din rezultatele din *Elemente* au fost descoperite de matematicienii de dinainte, una dintre realizările lui Euclid a fost să le prezinte într-un singur cadru, logic și coerent, pentru a putea fi ușor folosite. A fost inclus și un sistem riguros de demonstrații matematice ce constituie baza matematicii încă și astăzi, 23 de secole mai târziu.

Sursă informații: <https://ro.wikipedia.org/wiki/Euclid>



Pitagora

Elev Conț Raul

Clasa a VIII-a B

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăștur

Prof. coordonator: Roman Ioana

Pitagora, filosof și matematician grec ionian, întemeietor al mișcării filosofice care îi poartă numele, a trăit între 570-495 î.Hr. Școala pitagoreică a exprimat încă de la început o concepție matură, originală, bazată pe cunoștințe solide. A influențat puternic gândirea, cultura și comportamentul contemporanilor săi, dar și pe al oamenilor secolelor ulterioare.

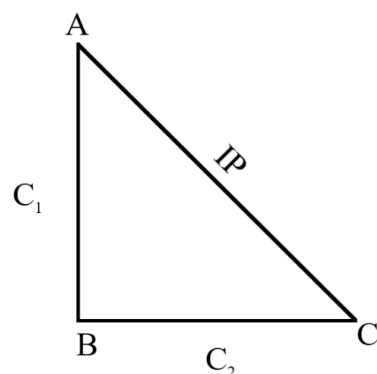
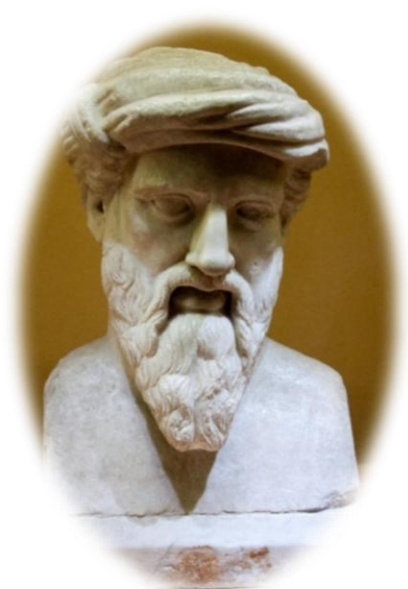
S-a născut în insula Samos din Marea Egee. Numele său se traduce prin „cel care a fost prevestit de Pitia”, deoarece se relatează că mama lui a consultat un oracol înainte de a-l aduce pe lume, iar Pitia i-a răspuns că fiul ei va fi un om excepțional, un mare înțelept, capabil să schimbe cursul istoriei Greciei.

Teorema lui Pitagora este una dintre cele mai cunoscute teoreme din geometria euclidiană, constituind o relație între cele trei laturi ale unui triunghi dreptunghic. Teorema lui Pitagora afirmă că în orice triunghi dreptunghic, suma pătratelor catetelor este egală cu pătratul ipotenuzei (latura opusă unghiului drept). Teorema poate fi scrisă sub forma unei relații între cele trei laturi a , b și c , câteodată denumită relația lui Pitagora: $a^2 + b^2 = c^2$.

Pitagora a fost un mare educator și învățător și se spune că a fost și un atlet puternic.

Pitagora era ionian, însă a emigrat la Crotone, în Italia de Sud. Acolo a întemeiat școala ce-i poartă numele, cea dintâi școală italică a Greciei antice.

Sursă informații: <https://ro.wikipedia.org/wiki/Pitagora>



$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Thales din Milet

Eleva Mendelson Alexandra Gabriela

Clasa a VIII-a B

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăștur

Prof. coordonator: Roman Ioana

Thales din Milet (în greacă: Θαλής ο Μιλήσιος, Thalés ho Milésios; n. 625 î.Hr., Milet, Ionia, Turcia – d. anii 540 î.Hr., Milet, Ionia, Turcia) a fost un filozof grec presocratic, care a contribuit la dezvoltarea matematicii, astronomiei, filozofiei. Este considerat părintele științelor.

Herodot, primul autor care-l menționează pe Thales, afirmă că strămoșii acestuia erau fenicieni, dar Diogene Laertios adaugă că cei mai mulți scriitori îl prezintă ca aparținând unei vechi familii milesiene. Numele tatălui său era Examyas, nume obișnuit pentru un cetățean milesian, iar mama purta numele grecesc de Cleobulina.

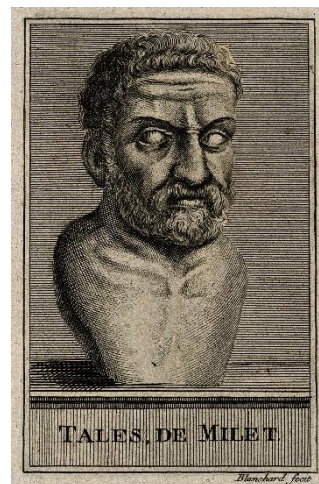
Thales a murit la o vârstă înaintată, în timpul unor manifestări sportive, din cauza unor călduri excesive. Pe mormântul său este o inscripție care spune: „Aici, într-un mormânt strâmt zace Marele Tales; totuși renumita sa înțelepciune a ajuns la ceruri”.

În domeniul matematicii, Thales a adus geometria în Grecia, familiarizându-se cu ea în timpul călătoriilor sale în Egipt și dezvoltând-o ulterior. Teoremele geometrice elaborate de el au constituit temelia matematicii grecești.

Thales a demonstrat că:

- un cerc este împărțit în două părți egale de diametru;
- unghiurile bazei unui triunghi isoscel sunt congruente;
- unghiurile opuse la vârf sunt congruente;
- un triunghi este determinat dacă sunt date o latură și unghiurile adiacente ei;
- unghiul înscris într-un semicerc este unghi drept;
- paralelă dusă la una dintre laturile unui triunghi formează segmente proporționale pe celelalte două laturi ale triunghiului dat.

Sursă informații: https://ro.wikipedia.org/wiki/Thales_din_Milet



Dan Barbilian – Geniul dintre Matematică și Poezie

Eleva Filip Teodora Monica

Clasa a VIII-a B

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăstur

Prof. coordonator: Roman Ioana

1. Introducere

Dan Barbilian, cunoscut și sub pseudonimul Ion Barbu, a fost un matematician de excepție și un poet inovator. Acesta a reușit să lase o amprentă importantă atât în domeniul științific, cât și în cel literar.

2. Viața și educația

Născut: 18 martie 1895, Câmpulung Muscel.

A fost pasionat de matematică încă din copilărie, iar în liceu are remarcabile contribuții în revista *Gazeta matematică*. A studiat la Universitatea din București și la Universitatea din Göttingen, Germania.

3. Dan Barbilian – Matematicianul

A fost profesor universitar la București cu contribuții importante în geometrie și teoria numerelor. A introdus "spațiile Barbilian", un concept esențial în geometria modernă.

4. Ion Barbu – Poetul

Dan Barbilian a adoptat pseudonimul Ion Barbu pentru activitatea sa literară. A fost influențat de simbolism, parnasianism și ermetism.

Etapele poeziei sale:

Perioada parnasiană („După melci”) – poezii descriptive.

Perioada baladică și orientală („Riga Crypto și Laponia Enigel”) – mituri și basme.

Perioada ermetică („Oul dogmatic”) – poezie inspirată din matematică.

5. Legătura dintre matematică și poezie

Poeziile sale conțin concepte matematice și este considerat unic în literatura română datorită acestei combinații.

6. Curiozități

A fost coleg cu Mircea Eliade și Emil Cioran. Nu îi plăcea să explice poeziile sale, considerând că trebuie însemnate direct. A fost unul dintre cei mai originali poeți români.

7. Concluzie

Dan Barbilian/Ion Barbu a fost o personalitate remarcabilă, cu o contribuție semnificativă în două domenii total diferite. Opera sa continuă să fie studiată și apreciată pentru profunzimea sa intelectuală.

Sursă informații: https://ro.wikipedia.org/wiki/Ion_Barbu



Gheorghe Țițeica

Elev Chira Cristian Petru

Clasa a VIII-a B

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăstur

Prof. coordonator: Roman Ioana

Gheorghe Țițeica s-a născut la Drobeta Turnu-Severin pe data de 4/17 Octombrie 1873.

A fost un matematician și pedagog român, profesor la Universitatea din București și la Școala Politehnică din București, membru al Academiei Române și al mai multor academii străine, doctor honoris causa al Universității din Varșovia. Este tatăl fizicianului Șerban Țițeica .

A decedat pe 5 Februarie 1939, la vârsta de 65 de ani, în plină activitate.

Dintre contribuțiile deosebite, amintim că împreună cu Ion Ionescu, A. Ioachimescu și V. Cristescu, a înființat revista *Gazeta matematică*, iar cu D. Pompeiu a editat revista *Mathematica*.

Datorită lucrărilor sale de geometrie diferențială, publicate în diferite periodice de profil, devine celebru în lumea științifică și este ales ca președinte al secției de geometrie la diferite congrese.

A decedat pe 5 Februarie 1939, la vârsta de 65 de ani, în plină activitate.

Sursă informații: https://ro.wikipedia.org/wiki/Gheorghe_%C8%9Ai%C8%9Beica



Nicolae Abramescu

Elev Stan Alex

Clasa a VIII-a B

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăstur

Prof. coordonator: Roman Ioana

Nicolae Abramescu s-a născut în 1884 la Târgoviște și trăiește până la 11 februarie 1947. El a fost un matematician român, profesor la Universitatea din Cluj, fondator al Facultății de Științe cu secțiile matematică, fizică, chimie, științe naturale, geografie a Universității "Regele Ferdinand", unde Abramescu predă geometrie descriptivă.

Din 1921 devine profesor la Universitatea București. A contribuit la organizarea Societății de Științe din Cluj și a primului Congres Național al matematicienilor români (Cluj, 1929), care s-a bucurat de participarea lui Vito Volterra. Cu acest prilej debuta, la Cluj, revista "Mathematica", cu membru fondator N. Abramescu, alături de Gheorghe Țițeica. La revista "Mathematica" colaborau peste 150 de matematicieni din toată lumea.

În 1941 a fost unul dintre cei 26 de profesori universitari semnatori ai protestului față de actul de cedare a Ardealului de Nord alături de Ion Mușlea, D. D. Roșca, Gheorghe Spacu ș.a. Participa activ în perioada 1941-1943 la funcționarea Cercului matematic al Societății de Științe din Cluj aflat în refugiu la Timișoara.

A fost membru titular al Academiei de Științe din România începând cu 5 iunie 1943. Contribuțiile sale au vizat domeniul algebrei (ecuații algebrice), al geometriei (în special geometrie afină), al analizei matematice (serii de polinoame de variabilă complexă) și al mecanicii. A fost și autor de manuale.

Sursă informații: https://ro.wikipedia.org/wiki/Nicolae_Abramescu



Albert Einstein

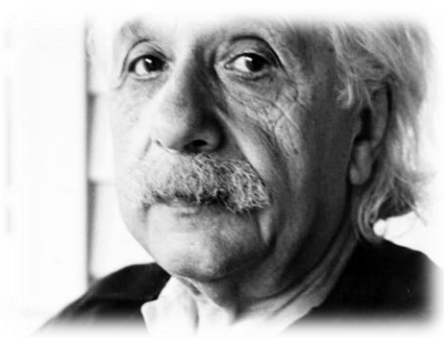
Elev Boldijar Nicolas

Clasa a VIII-a B

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăstur

Prof. coordonator: Roman Ioana

Albert Einstein s-a născut la 14 martie 1879, Ulm în Imperiul German și a decedat la 18 aprilie 1955, în Princeton, New Jersey, SUA. El a fost un fizician teoretician evreu, născut în Germania, apatrid din 1896, elvețian din 1899, emigrat în 1933 în SUA, naturalizat american în 1940, profesor universitar la Berlin și Princeton. A fost autorul teoriei relativității și unul dintre cei mai străluciți oameni de știință ai omenirii.



În 1921 i s-a decernat Premiul Nobel pentru Fizică. De-a lungul vieții, el a publicat peste 300 de lucrări științifice și peste 150 de lucrări în alte domenii. Prima sa lucrare științifică o scrie la vârsta de 16 ani.

Sursă informații: https://ro.wikipedia.org/wiki/Albert_Einstein

Blaise Pascal

Elev Filip Rareș

Clasa a VIII-a B

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăștur

Prof. coordonator: Roman Ioana

Blaise Pascal s-a născut pe 19 iunie 1623, în orașul Clermont-Ferrand din Franța rurală, într-o familie cu trei copii. Din nefericire, mama sa a murit când el avea doar trei ani. Mai târziu, familia s-a mutat la Paris.

De-a lungul vieții sale, sănătatea lui Blaise a fost foarte precară, dar a fost binecuvântat cu o minte strălucită. Inițial, tatăl lui se temea că învățarea matematicii ar putea să îl suprasolicite pe copil, dar de fapt nu a făcut decât să trezească interesul lui Blaise.

La 14 ani, Blaise a început să asiste la conferințe săptămânale de matematică. Mai târziu, din aceste întâlniri săptămânale ale matematicienilor, a luat ființă Academia Franceză de Știință. Pe când avea doar 16 ani, Blaise a scris o lucrare despre secțiunile conice, care a fost aclamată de colegii săi matematicieni, fiind considerată „cea mai puternică și valoroasă contribuție care fusese adusă științei matematice de la Arhimede încoace.” Această lucrare a pus bazele abordării moderne a secțiunilor conice.

La vârsta de 16 ani Pascal a prezentat primul său rezultat original cunoscut sub numele de triunghiul lui Pascal (teorema lui Pascal), iar la 18 ani a construit primul calculator mecanic, pentru a-și ajuta tatăl la calculul taxelor.



În lucrarea sa cea mai importantă „Tratat despre echilibrul lichidelor“ a formulat legea fundamentală a hidrostaticii, numită apoi legea lui Pascal. A calculat mărimea presiunii hidrostatice, a descris paradoxul hidrostatic, legea vaselor comunicante și principiul presei hidraulice.

Din 1654 abandonează însă lumea științifică pentru a se dedica creștinismului, scrierilor filozofice și teologice.

El moare în 19 august 1662, la Paris.

Sursă informații: <https://facerealumii.ro/blaise-pascal/>

Matematicieni celebri: Euclid

Eleva Bode Maria Georgiana

Clasa a VIII-a

Școala Gimnazială Preluca Nouă

Prof. coordonator: Costin Mariana

MATEMATICIENI CELEBRI

DOMENII DE EXPERTIZĂ:
~ geometrie
~ teoria numerelor

Acest matematician grec este considerat fondatorul geometriei. El este autorul "ELEMENTELOR", care reprezintă una dintre cele mai vechi și mai influente cărți despre matematică.



EUCLID (325 - 265 î.Hr.)

"Legile maturii sunt chiar gândurile matematice ale lui Dumnezeu!"

Bode Maria Georgiana, clasa a VIII-a, Școala Gimnazială Preluca Nouă

Matematicieni celebri: Leonhard Euler

Eleva Moldovan Daria Nicola

Clasa a VIII-a

Școala Gimnazială Preluca Nouă

Prof. coordonator: Costin Mariana

MATEMATICIENI CELEBRI

LEONHARD EULER
(1707 - 1783)



Leonhard Euler a fost un matematician și fizician elvețian, care a contribuit în mai multe domenii ale matematicii. Acesta a introdus și a popularizat câteva convenții de notare, precum folosirea literei grecești π pentru numărul π . Euler este cunoscut pentru faptul că a deschis calea matematicii moderne.

Moldovan Daria Nicola, clasa a VIII-a, Școala Gimnazială Preluca Nouă

Matematicieni celebri: Pitagora

Eleva Moldovan Daria Nicola

Clasa a VIII-a

Școala Gimnazială Preluca Nouă

Prof. coordonator: Costin Mariana

MATEMATICIENI
CELEBRI



PITAGORA (570 - 490 î.Hr.)

Pitagora a fost un filosof și matematician grec, care a dezvoltat primele teorii ale legilor și principiilor geometriei - Teorema lui Pitagora. El a fost fondatorul pitagorismului, o școală a cărei idei fundamentale este că principii și structura universului sunt numere.

"Există geometrie în universul nostru. Există muzică în spațiul nostru".

Moldovan Daria Nicola, clasa a VIII-a, Școala Gimnazială Preluca Nouă

Matematicieni celebri: René Descartes

Eleva Bode Maria Georgiana

Clasa a VIII-a

Școala Gimnazială Preluca Nouă

Prof. coordonator: Costin Mariana

Matematicieni celebri

DOHENII DE EXPERTIZĂ:
filosofie, algebră, geometrie

RENÉ DESCARTES a fost un filosof matematician francez, care a făcut descoperiri importante în algebră și geometria analitică, pe care el a fondat-o, care se bazează pe utilizarea calculului algebric pentru studiul proprietăților geometrice ale figurilor. De asemenea, Descartes a elaborat metoda de determinare a rădăcimilor întregi ale unei ecuații.

"Numai pe gândurile noastre numărăm pe deplin STĂPÂNI."

RENÉ DESCARTES (1596 - 1650)



Bode Maria Georgiana, clasa a VIII-a, Școala Gimnazială Preluca Nouă

Secțiunea a II-a: EXERCII ȘI PROBLEME REZOLVATE

Probleme selectate din subiectele de olimpiade și concursuri școlare

Clasa a V-a, an școlar 2024-2025

Eleva Buda Alexandra Georgiana

Clasa a V-a

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăștur

Prof. coordonator: Roman Ioana

Concursul Interdisciplinar Județean „Comuniada”, Etapa Județeană, 15 Februarie 2025

Subiectul I

a. Determinați sfertul succesorului numărului 2399.

b. Determinați predecesorul numărului

$$a = \{(3 \cdot 50 - 5 \cdot 20) : 50 + 12 \cdot [13 + 7 \cdot (110 : 10 - 2 \cdot 5)]\} \cdot 4 + 36$$

c. Aflați numărul natural x din egalitatea

$$[(x + 11) \cdot 7 - 2] \cdot 5 = 445$$

Rezolvare

a. Determinați sfertul succesorului numărului 2399.

Succesorului numărului 2399 este 2400.

Sfertul acestui număr este $2400 : 4 = 600$.

$$b. a = \{(3 \cdot 50 - 5 \cdot 20) : 50 + 12 \cdot [13 + 7 \cdot (110 : 10 - 2 \cdot 5)]\} \cdot 4 + 36$$

$$a = \{(150 - 100) : 50 + 12 \cdot [13 + 7 \cdot (11 - 10)]\} \cdot 4 + 36$$

$$a = \{50 : 50 + 12 \cdot 20\} \cdot 4 + 36$$

$$a = 241 \cdot 4 + 36$$

$$a = 964 + 36$$

$$a = 1000$$

Predecesorul numărului $a = 1000$ este 999.

$$c. [(x + 11) \cdot 7 - 2] \cdot 5 = 445$$

$$(x + 11) \cdot 7 - 2 = 445 : 5$$

$$(x + 11) \cdot 7 - 2 = 89$$

$$(x + 11) \cdot 7 = 89 + 2$$

$$(x + 11) \cdot 7 = 91$$

$$x + 11 = 91 : 7$$

$$x + 11 = 13$$

$$x = 13 - 11$$

$$x = 2$$

Subiectul II

Determinați cea mai mică valoare a numărului $C = \overline{xyz} + \overline{xzy} + \overline{yxz} + \overline{yzx} + \overline{zxy} + \overline{zyx}$, știind că cifrele x, y, z sunt nenule, diferite două câte două.

Rezolvare

$$\begin{aligned} C &= (100x + 10y + z) + (100x + 10z + y) + (100y + 10x + z) + (100y + 10z + x) \\ &\quad + (100z + 10x + y) + (100z + 10y + x) \\ C &= 222x + 222y + 222z \Rightarrow x = 1, y = 2, z = 3 \\ \Rightarrow C &= 222 \cdot 1 + 222 \cdot 2 + 222 \cdot 3 = 222 + 444 + 666 = 1332 \end{aligned}$$

Subiectul III

a) Arătați că $a = 264$, unde

$$a = 14^{15} : 14^{13} + \{(12^3)^5 : 12^{14} + (2025^0 + 1^{2025}) \cdot [(2 \cdot 100)^4 : 100^4 + 384 : 32]\}.$$

Rezolvare

$$\begin{aligned} a &= 14^{15} : 14^{13} + \{(12^3)^5 : 12^{14} + (2025^0 + 1^{2025}) \cdot [(2 \cdot 100)^4 : 100^4 + 384 : 32]\}. \\ a &= 14^2 + \{12^{15} : 12^{14} + (1 + 1) \cdot [200^4 : 100^4 + 12]\}. \\ a &= 14^2 + \{12^1 + 2 \cdot [2^4 + 12]\}. \\ a &= 14^2 + \{12 + 2 \cdot 28\}. \\ a &= 14^2 + \{12 + 56\}. \\ a &= 196 + 68. \\ a &= 264 \end{aligned}$$

b) Arătați că

$$2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{20} = 4^{105}$$

Rezolvare

$$\begin{aligned} 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{20} &= 2^{1+2+3+\dots+20} = 2^{210} \\ 4^{105} &= (2^2)^{105} = 2^{210} \\ \text{Cum } 2^{210} &= 2^{210}, \text{ înseamnă că } 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{20} = 4^{105}. \end{aligned}$$

Olimpiada Națională De Matematică, Etapa Locală, 8 Februarie 2025

Problema 1.

Fie suma $S = 101 + 1001 + 10001 + \dots + \overline{100 \dots 001}$, (ultimul termen are 2025 cifre).

- Aflați câte cifre are termenul din mijloc al sumei S ;
- Aflați câte cifre de 0 se folosesc pentru a scrie toți termenii sumei;
- Calculați suma S .

Rezolvare

- În total sunt 2023 de termeni
 $2023 : 2 = 1011$, rest 1
 Termenul din mijloc este al 1012-lea
 El are $1012+2=1014$ cifre

$$b) 1 + 2 + 3 + \dots + 2023 = 2023 \cdot (2023 + 1) : 2 = 2023 \cdot 1012 = 2047276$$

$$c) S = 100 + 1 + 1000 + 1 + 10000 + 1 + \dots + \overline{100 \dots 000} + 1$$

$$S = 100 + 1000 + 10000 + \dots + \overline{100 \dots 000} + 1 \cdot 2023$$

$$S = \underbrace{\overline{111 \dots 100}}_{2025 \text{ cifre}} + 1 \cdot 2023$$

$$S = \underbrace{\overline{111 \dots 13123}}_{2025 \text{ cifre}}$$

Problema 2. Fie numerele:

$$a = [(12 - 0^{12}) \cdot (3^3 - 3^2) + 1^{2025}] : (3^4 - 2^5 - 2 \cdot 3^2) \cdot 11$$

$$b = 27^{33} : [9^{32} \cdot 3^{34} + (3^5 \cdot 3^{20})^5 : (81 \cdot 3^{23}) \cdot 2 + (5^8 : 5^8 - 5^0)^{35} \cdot 2]$$

Calculați $a^b + b^a$.

Rezolvare

$$a = [(12 - 0) \cdot (27 - 9) + 1] : (81 - 32 - 2 \cdot 9) \cdot 11$$

$$a = (12 \cdot 18 + 1) : (81 - 32 - 18) \cdot 11$$

$$a = 217 : 31 \cdot 11$$

$$a = 7 \cdot 11$$

$$a = 77$$

$$b = (3^3)^{33} : [(3^2)^{32} \cdot 3^{34} + (3^{25})^5 : (3^4 \cdot 3^{23}) \cdot 2 + (1 - 1)^{35} \cdot 2]$$

$$b = 3^{99} : [3^{64} \cdot 3^{34} + 3^{125} : 3^{27} \cdot 2 + 0^{35} \cdot 2]$$

$$b = 3^{99} : (3^{98} + 3^{98} \cdot 2 + 0)$$

$$b = 3^{99} : 3^{99}$$

$$b = 1$$

$$a^b + b^a = 77^1 + 1^{77} = 77 + 1 = 78$$

Probleme de supermate

Eleva Florean Ioana Diana

Clasa a V-a

Școala Gimnazială Preluca-Nouă

Prof. coordonator: Costin Mariana

Problema 1: Dacă $a + b = 50$ și $b + c = 62$, arătați că $4a + 6b + 2c$ este pătrat perfect.

Soluție:

$$a = 50 - b, c = 62 - b$$

$$4a + 6b + 2c = 4(50 - b) + 6b + 2(62 - b)$$

$$4a + 6b + 2c = 200 - 4b + 6b + 124 - 2b$$

$$4a + 6b + 2c = 324 = 18^2 \text{ pătrat perfect}$$

Problema 2: Suma a două numere naturale este 162, iar suma răsturnatelor este 513. Determinați cele două numere.

Soluție: Deoarece suma celor două numere are cifra sutelor egală cu 1, iar suma răsturnatelor lor are cifra sutelor egală cu 5, rezultă că unul dintre numere are trei cifre, iar celălalt are două cifre, așadar avem relațiile: $\overline{abc} + \overline{xy} = 162$ (1) și

$$\overline{cba} + \overline{yx} = 513 \quad (2)$$

Din (1) $\Rightarrow a=1$,

iar din (2) $\Rightarrow x=2$, de unde, ținându-se seama de (1), rezultă ca $b=3$ sau $b=4$.

Dacă $b=3$, atunci (2) devine $\overline{c31} + \overline{y2} = 513, \Rightarrow y=8$ și $c=4$.

Dacă $b=4$, atunci (2) devine $\overline{c41} + \overline{y2} = 513, \Rightarrow y=7$ și $c=4$.

Întrucât, în acest caz, $c+y=11$, ceea ce este în contradicție cu (1), rezultă că nu putem avea $b=4$.

Așadar, numerele căutate sunt 134 și 28.

Problemă de algebră cu procente și divizibilitate

Elev Miculaș Mizsnyak Rareș Paul

Clasa a VI-a

Școala Gimnazială „Vasile Gheție” Berința

Prof. coordonator: Costin Mariana

Problema: Prețul unui obiect a fost majorat cu $p\%$ și apoi, noul preț a fost micșorat cu $q\%$ din el astfel încât obiectul costă în final cât a costat inițial.

Să se arate că $\frac{pq}{p-q} \in \mathbb{N}$.

Soluție:

Fie x lei prețul inițial al obiectului.

După majorarea cu $p\%$, obiectul costă acum $\frac{100+p}{100} \cdot x$

După reducerea cu $q\%$ din noul preț, obiectul costă $\frac{100-q}{100} \cdot \frac{100+p}{100} \cdot x$.

Pentru că prețul final va fi același cu cel inițial, vom avea $\frac{100-q}{100} \cdot \frac{100+p}{100} \cdot x = x$

$$\Rightarrow (100 - q)(100 + p) = 10000 \Rightarrow 10000 + 100p - 100q - pq = 10000$$

$$\Rightarrow 100(p - q) = pq \Rightarrow \frac{pq}{p - q} = 100 \in \mathbb{N}.$$

Probleme deosebite de algebră

Eleva Ungur Eliza Andreea

Clasa a VI-a

Școala Gimnazială Preluca Veche

Prof. coordonator: Gherghel Ioana Gabriela

Problema 1. Demonstrați că $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}} = \frac{\overline{ba}}{\overline{dc}}$ dacă și numai dacă $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Soluție: Folosim proprietățile proporțiilor și vom avea echivalențele:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}} = \frac{\overline{ba}}{\overline{dc}} &\Leftrightarrow \frac{10a + b}{10c + d} = \frac{10b + a}{10d + c} \\ &\Leftrightarrow \frac{(10a + b) + (10b + a)}{(10c + d) + (10d + c)} = \frac{(10a + b) - (10b + a)}{(10c + d) - (10d + c)} \\ &\Leftrightarrow \frac{11 \cdot (a + b)}{11 \cdot (c + d)} = \frac{9 \cdot (a - b)}{9 \cdot (c - d)} \\ &\Leftrightarrow \frac{a + b}{c + d} = \frac{a - b}{c - d} \\ &\Leftrightarrow \frac{(a + b) + (a - b)}{(c + d) + (c - d)} = \frac{(a + b) - (a - b)}{(c + d) - (c - d)} \\ &\Leftrightarrow \frac{2a}{2c} = \frac{2b}{2d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}. \end{aligned}$$

Problema 3. Se consideră șirul de rapoarte $\frac{1}{x} = \frac{4}{y} = \frac{8}{z} = \frac{2}{t}$.

Aflați x, y, z și t , știind că $x \cdot y = z = t^2$.

Soluție: Șirul de rapoarte se scrie $x = \frac{y}{4} = \frac{z}{8} = \frac{t}{2}$, de unde $y = 4 \cdot x$, $z = 8 \cdot x$, $t = 2 \cdot x$.

Din $x \cdot y = z \Rightarrow 4 \cdot x^2 = 8 \cdot x$, de unde $x = 2$.

Numerele sunt: $x = 2, y = 8, z = 16, t = 4$.

Problema 4. Fie numerele a și b invers proporționale, cu numerele m și n .

Arătați că $\frac{m \cdot n}{a \cdot b} = \left(\frac{m+n}{a+b} \right)^2$.

Soluție: Deoarece a, b sunt invers proporționale cu m și n , rezultă $a \cdot m = b \cdot n$ sau $\frac{m}{b} = \frac{n}{a}$.

Obținem din proprietățile șirurilor de rapoarte egale:

$$\frac{m}{b} = \frac{n}{a} = \frac{m+n}{b+a}$$

Atunci

$$\frac{m}{b} \cdot \frac{n}{a} = \frac{m+n}{b+a} \cdot \frac{m+n}{b+a} \Leftrightarrow \frac{m \cdot n}{a \cdot b} = \left(\frac{m+n}{a+b} \right)^2$$

Problema 6. Dacă x și y sunt baze de numerație, iar $\overline{132}_x = \overline{30}_{10}$ și $\overline{121}_y = \overline{36}_{10}$, aflați numărul a din proporția $\frac{x \cdot 0, (7)}{1 - 0,69(9)} = \frac{y \cdot 0, (3)}{a^2 \cdot (13 - x + y)}$.

Soluție: $\overline{132}_x = 30 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 30 \Leftrightarrow x \cdot (x + 3) = 4 \cdot (4 + 3) \Rightarrow x = 4$.

$\overline{121}_y = 36 \Leftrightarrow y^2 + 2y + 1 = 36 \Leftrightarrow y \cdot (y + 2) = 5 \cdot (5 + 2) \Rightarrow y = 5$.

Proporția devine: $\frac{4 \cdot \frac{7}{9}}{1 - \frac{7}{10}} = \frac{5 \cdot \frac{1}{3}}{14 \cdot a^2}$ sau $\frac{392}{9} \cdot a^2 = \frac{1}{2}$. Rezultă că $a^2 = \frac{784}{9}$, deci $a = \frac{28}{3}$.

Problema 7. Patru muncitori au primit împreună, pentru realizarea unei lucrări, 3300 de lei. Aflați cât a primit fiecare, știind că primii doi muncitori au primit împreună 140% din cât a primit al patrulea, al treilea a primit 90% din cât a primit al patrulea, iar al doilea de 1, (3) ori mai mult decât primul.

Soluție: Notând cu x suma primită de al patrulea muncitor, știind că primii doi primesc împreună $\frac{140}{100} \cdot x$, iar al treilea muncitor primește $\frac{90}{100} \cdot x$, vom avea egalitatea:

$$\frac{140}{100} \cdot x + \frac{90}{100} \cdot x + x = 3300, \text{ de unde}$$

$$x = 1000 \text{ (lei)}.$$

Al treilea muncitor primește $\frac{90}{100} \cdot 1000 = 900$ (lei) și al patrulea 1000 (lei). Atunci primii doi primesc împreună $3300 - 1900 = 1400$ (lei). Notând cu y suma primită de primul muncitor, avem egalitatea: $y + 1, (3)y = 1400$ și obținem $y = 600$ (lei), iar $1, (3) \cdot 600 = 800$ (lei). Sumele primite de muncitori sunt 600 de lei, 800 de lei respectiv 1000 de lei.

Relații metrice în triunghiul dreptunghic

Eleve Filip Daria, Coteanu Raisa

Clasa a VII-a

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăștur

Prof. coordonator: Moldovan Raluca

Problema 1

Fie triunghiul ABC dreptunghic în A, în care $AB = 10$ cm și $AD = 5\sqrt{3}$ cm, $AD \perp BC$. Aflați lungimea segmentelor [BD], [BC] și [AC].

Rezolvare:

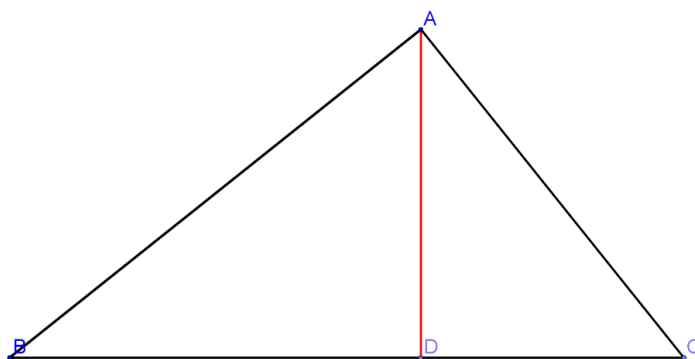
Ipoteză:

$$\Delta ABC, m(\angle A) = 90^\circ$$

$$AB = 10 \text{ cm}$$

$$AD = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$AD \perp BC.$$



Concluzie

$$BD = ? \quad BC = ? \quad AC = ?$$

Demonstrație

Aplicăm teorema lui Pitagora în $\triangle ABD$, $m(\sphericalangle D) = 90^\circ$, pentru a afla BD :

$$AD^2 + BD^2 = AB^2$$

$$BD^2 = AB^2 - AD^2$$

$$BD^2 = 100 - 75$$

$$BD = \sqrt{25} \Rightarrow BD = 5cm$$

Aplicăm teorema catetei (pentru cateta AB) pentru a afla BC :

$$AB^2 = BD \cdot BC$$

$$BC = \frac{AB^2}{BD}$$

$$BC = \frac{100}{5}$$

$$BC = 20cm$$

Aplicăm teorema lui Pitagora în $\triangle ABC$, $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, pentru a afla AC :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$AC^2 = 400 - 100$$

$$AC = \sqrt{300}$$

$$AC = 10\sqrt{3}cm$$

Problema 2

În triunghiul ABC se cunosc lungimile laturilor $AB = 13cm$, $AC = 15cm$ și $BC = 14cm$. Se construiesc înălțimile $AD \perp BC$, $D \in (BC)$ și $BE \perp AC$, $E \in (AC)$. Să se calculeze lungimile înălțimilor AD și BE .

Rezolvare:

Ipoteză

$$AB = 13 \text{ cm}$$

$$AC = 15cm$$

$$BC = 14cm$$

$$AD \perp BC, D \in (BC)$$

$$BE \perp AC, E \in (AC)$$

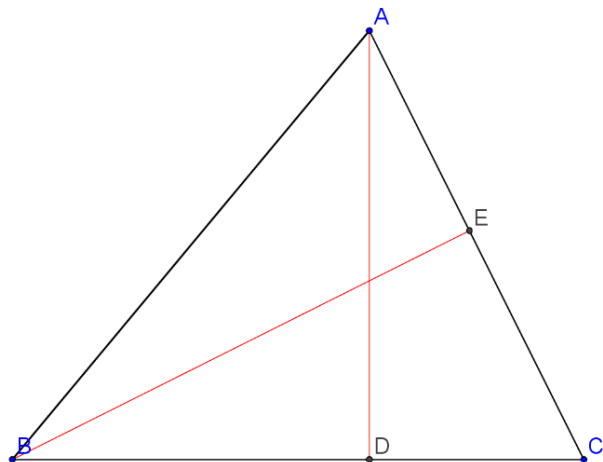
Concluzie

$$AD = ? \quad BE = ?$$

Demonstrație:

$$\text{Notăm: } BD = x$$

$$DC = 14 - x$$



Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul ADC , $m(\sphericalangle D) = 90^\circ$, pentru a afla AD :

$$AD^2 = AC^2 - DC^2 \quad (1)$$

Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul ADB , $m(\sphericalangle D) = 90^\circ$, pentru a afla AD :

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 \quad (2)$$

Din relația (1) și (2) rezultă:

$$\begin{aligned} AC^2 - DC^2 &= AB^2 - BD^2 \\ 225 - (14 - x)^2 &= 169 - x^2 \\ 225 - 196 + 28x - x^2 &= 169 - x^2 \\ 28x &= 140 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Cum x este egal 5 rezultă $BD = 5$, atunci $AD^2 = 169 - 25$ rezultă $AD = 12cm$

Notăm $AE = y$

$$EC = 15 - y$$

Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul AEB , $m(\sphericalangle E) = 90^\circ$, pentru a afla BE

$$BE^2 = AB^2 - AE^2 \quad (3)$$

Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul BEC , $m(\sphericalangle E) = 90^\circ$, pentru a afla BE

$$BE^2 = BC^2 - EC^2 \quad (4)$$

Din relația (3) și (4) rezultă:

$$\begin{aligned} BC^2 - EC^2 &= AB^2 - AE^2 \\ 196 - (15 - y)^2 &= 169 - y^2 \\ 196 - 225 + 30y - y^2 &= 169 - y^2 \\ 30y &= 198 \\ y &= \frac{198}{30} = \frac{33}{5} \end{aligned}$$

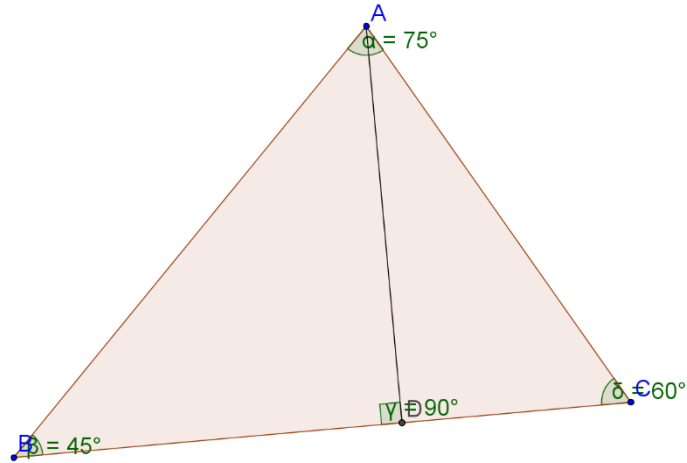
Cum y este egal $\frac{33}{5}$ rezultă $AE = \frac{33}{5}$, atunci

$$\begin{aligned} BE^2 &= 169 - \frac{1089}{25} \\ \Rightarrow BE^2 &= \frac{4225 - 1089}{25} \\ \Rightarrow BE^2 &= \frac{3136}{25} \\ \Rightarrow BE &= \frac{56}{5} \end{aligned}$$

Problema 3

În triunghiul ABC se construiește înălțimea $AD \perp BC$. Știind că $m(\sphericalangle BAC) = 75^\circ$, $m(\sphericalangle ABC) = 45^\circ$ și $AD = 12$, să se calculeze perimetrul triunghiului ABC .

Rezolvare:



Ipoteză

$$AD \perp BC$$

$$m(\sphericalangle BAC) = 75^\circ$$

$$m(\sphericalangle ABC) = 45^\circ$$

$$AD = 12\text{cm}$$

Concluzie

$$P_{\Delta ABC} = ?$$

Demonstrație:

În triunghiul ABD , $m(\sphericalangle D) = 90^\circ$, $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$ rezultă că triunghiul ABD isoscel, atunci:

$$\sin B = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{12}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{12}{AB} \Rightarrow AB = 12\sqrt{2}\text{cm}$$

În triunghiul ABD dreptunghic, rezultă că:

$$\sin A = \frac{BD}{AB} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{BD}{12\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BD}{12\sqrt{2}} \Rightarrow BD = 12\text{cm}$$

În triunghiul ABC :

$$m(\sphericalangle A) + m(\sphericalangle B) + m(\sphericalangle C) = 180^\circ \Rightarrow 75^\circ + 45^\circ + m(\sphericalangle C) = 180^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle C) = 60^\circ$$

În triunghiul ADC dreptunghic, rezultă că:

$$\sin C = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{12}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12}{AC} \Rightarrow AC = 8\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\sin A = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{DC}{8\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{DC}{8\sqrt{3}} \Rightarrow DC = 4\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\text{Cum } BD = 12\text{cm} \text{ și } DC = 4\sqrt{3}\text{cm} \text{ atunci } BC = (12 + 4\sqrt{3})\text{cm}$$

Deci

$$P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 12\sqrt{2} + 8\sqrt{3} + 12 + 4\sqrt{3} = 12(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})\text{ cm}$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow l^2 - 4l - 12 = 0 \\ &\Rightarrow (l + 2)(l - 6) = 0 \Rightarrow l_1 = -2; l_2 = 6 \Rightarrow \\ &VA = 6 \text{ cm}; AO = 2\sqrt{3}; VO = 2\sqrt{6}; OE = \sqrt{3} \end{aligned}$$

Aria bazei este egală cu

$$\frac{l^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

În triunghiul VOE măsura unghiului $\sphericalangle O = 90^\circ$, rezultă pe baza teoremei lui Pitagora

$$VE^2 = VO^2 + OE^2 \Rightarrow VE = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

Volumul este egal cu:

$$V = \frac{A_b h}{3} = 18\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

- b) $VO \perp (ABC)$ rezultă proiecția AV pe (ABC) este AO rezultă $\sphericalangle(VA; (ABC)) = \sphericalangle(VA; AO) = \sphericalangle(VAO)$

În triunghiul VOA , măsura unghiului $\sphericalangle O = 90^\circ$, rezultă

$$\sin(\sphericalangle VAO) = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

c)

$$\left. \begin{array}{l} OE \perp BC \\ VE \perp BC \\ OE, VE \subset (VOE) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (VOE);$$

Construim $OM \perp VE$. Deoarece $OM \subset (VOE) \Rightarrow BC \perp OM$

Din

$$\left. \begin{array}{l} OM \perp VE \\ OM \perp BC \\ BC, VE \subset (VBC) \end{array} \right\} \Rightarrow MO \perp (VBC) \Rightarrow d(O; (VBC)) = OM$$

În triunghiul VOE , măsura unghiului $\sphericalangle E = 90^\circ$, de unde rezultă ca

$$OM = \frac{OV \cdot OE}{VE} \Rightarrow OM = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$$

- d) Calculez sinusul unghiului dintre fețele VBC și ABC

$$\left. \begin{array}{l} (VBC) \cap (ABC) = BC \\ VE \perp BC; VE \subset (VBC) \\ AE \perp BC; AE \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow \sphericalangle((VBC); (ABC)) = \sphericalangle(VE; AE) = \sphericalangle(VEA)$$

În triunghiul VOE , măsura unghiului $\sphericalangle O = 90^\circ$, rezultă

$$\sin(\sphericalangle VEO) = \frac{VO}{VE} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \sin(\sphericalangle VEA) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Distanțe și unghiuri în tetraedru

Elev Buda Tudor

Clasa a VIII-a A

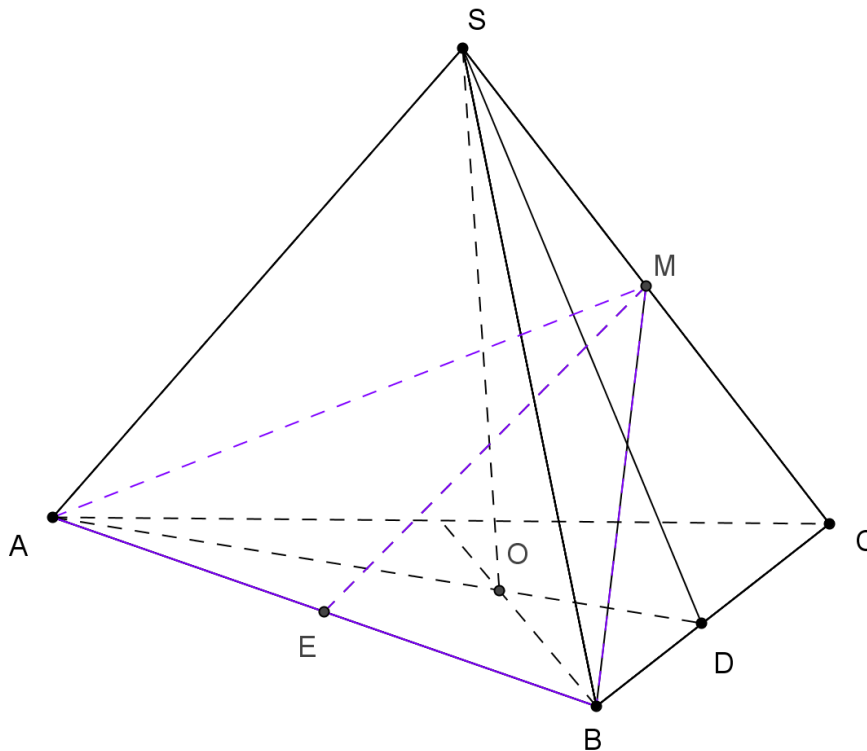
Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăștur

Prof. coordonator: Moldovan Raluca

Problema: Un tetraedru regulat $SABC$ are volumul $144\sqrt{2} \text{ cm}^3$. Se cere:

- Aria laterală și aria totală a tetraedrului;
- Distanța de la centrul bazei la o față laterală;
- Cosinusul unghiului dintre înălțimea tetraedrului și o față laterală;
- Poziția unui punct M pe muchia SC astfel încât aria triunghiului ABM să fie minimă.

Soluție:



- Scriem volumul tetraedrului în funcție de muchia lui, muchie pe care notăm cu l
Volumul este egal cu

$$V = \frac{A_b h}{3}$$

Deoarece baza este triunghi echilateral, atunci aria bazei este egală cu

$$A_b = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

Înălțimea tetraedrului o să o calculăm din triunghiul SOD , după ce exprimăm laturile lui în funcție de l

Avem SD înălțime în triunghiul echilateral de latură l , de unde rezultă că

$$SD = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

Înălțimea bazei

$$AD = \frac{l\sqrt{3}}{2}; OD = \frac{1}{3}AD \Rightarrow OD = \frac{l\sqrt{3}}{6}$$

În triunghiul SOD , măsura unghiului $\sphericalangle O = 90^\circ$, rezultă pe baza teoremei lui Pitagora

$$SO^2 = SD^2 - DO^2 \Rightarrow SO = \frac{l\sqrt{6}}{3}$$

Volumul tetraedrului este egal cu

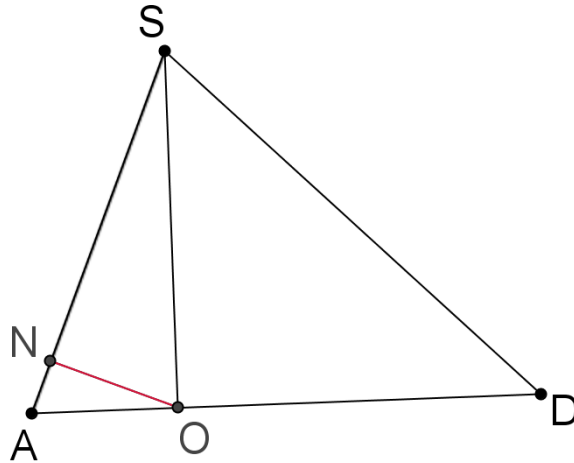
$$V = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{l\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{l^3\sqrt{18}}{36} = 144\sqrt{2}cm^3$$

Înălțimea tetraedrului $SO = 4\sqrt{6}cm$; apotema tetraedrului $SD = 6\sqrt{3}cm$; apotema bazei $OD = 2\sqrt{3}cm$; aria bazei $A_b = 36\sqrt{3}cm^2$; perimetrul bazei $P_b = 36cm$; înălțimea bazei $AD = 6\sqrt{3}cm$

Aria laterală a tetraedrului $= 3 \cdot A_b = 108\sqrt{3}cm^2$

Aria totală a tetraedrului $= 4 \cdot A_b = 144\sqrt{3}cm^2$.

- b) $d(O; SA)$, formăm triunghiul OSA în care construim $ON \perp SA$ de unde rezultă $d(O; SA) = ON$



În triunghiul OSA , măsura unghiului $\sphericalangle O = 90^\circ$, cu ON înălțime din O rezultă

$$ON = \frac{SO \cdot OA}{SA} = \frac{4\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{3}}{12} = 4\sqrt{2}$$

- c) $\sphericalangle(SO; (SBC))$

Proiecția segmentului SO pe planul (SBC) se află pe SD rezultă $\sphericalangle(SO; (SBC)) = \sphericalangle(SO; SD) = \sphericalangle(OSD)$.

În triunghiul SOD , măsura unghiului $\sphericalangle O = 90^\circ$, rezultă

$$\cos \sphericalangle(OSD) = \frac{SO}{SD} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

- d) Triunghiul ABM este isoscel cu $AM = BM$ (deoarece fețele laterale ale tetraedrului sunt congruente). În această situație înălțimea ME construită din M este și mediană, rezultă E este mijlocul muchiei AB .

Aria triunghiului ABM este egală:

$$A_{\Delta ABM} = \frac{AB \cdot ME}{2},$$

unde AB fiind muchie a tetraedrului are valoare constantă, iar ME are valoare de variabilă deoarece punctul M se deplasează pe muchia SC .

Aria triunghiului ABM este minimă când ME are valoare minimă, adică $ME \perp SC$. Deoarece $ME \subset (ABM) \Rightarrow ME \perp SC$, când $(ABM) \perp SC$.

Construim $BM \perp SC$ și $AM \perp SC$; deoarece BM și AM sunt 2 drepte concurente din planul (ABM) , rezultă $(ABM) \perp SC$.

Deoarece fețele laterale ale tetraedrului sunt triunghiurile echilaterale, înălțimile lor sunt și mediane, rezultă BM și AM sunt mediane, rezultă M este mijlocul muchiei SC . În concluzie aria triunghiului ABM este minimă când M este la mijlocul muchiei SC .

Unghiul diedru

Eleva Bode Maria Georgiana

Clasa a VIII-a

Școala Gimnazială Preluca-Nouă

Prof. coordonator: Costin Mariana

Problema: Pe planul triunghiului ABC având $m(\hat{C}) = 30^\circ$, $m(\hat{A}) = 90^\circ$ și perimetrul egal cu $24 + 24\sqrt{3}$ cm, se ridică perpendiculara $AM = 12$ cm. Determinați măsura unghiului format de planele (MBC) și (ABC) .

Soluție:

Cum în triunghiul dreptunghic $m(\hat{C}) = 30^\circ$ și $m(\hat{A}) = 90^\circ$, notăm cu x lungimea lui AB , atunci $BC = 2x$, conform Teoremei catetei care se opune unui unghi de 30° , iar $AC = x\sqrt{3}$, conform Teoremei lui Pitagora în triunghiul ABC .

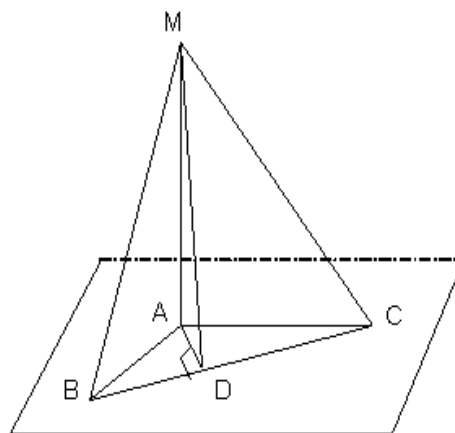
Din $P_{ABC} = 24 + 24\sqrt{3}$ rezultă, $AB = 8\sqrt{3}$, $BC = 16\sqrt{3}$, $AC = 24$.

Fie $AD \perp BC$, și cum $AM \perp (ABC) \Rightarrow MD \perp BC$, conform teoremei celor trei perpendiculare;

Cum $AD = \frac{AC}{2} \Rightarrow AD = 12$ iar în ΔMAD

$\Rightarrow AM = AD = 12$

Așadar, $m((MBC), (ABC)) = m(\hat{MDA}) = 45^\circ$.



O condiție necesară ca un paralelipiped să fie cub

Eleva Moldovan Daria-Nicola

Clasa a VIII-a

Școala Gimnazială Preluca-Nouă

Prof. coordonator: Costin Mariana

Problemă: În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$, cu $AB = a$, $BC = b$, $AA' = c$ se consideră punctul $M \in (A'C)$ astfel încât $A'M = \frac{1}{2} \cdot MC$. Dacă $\min(a, b) \geq c$ și $AM \perp A'C$ arătați că paralelipipedul este cub.

Soluție:

Fie $AM \cap A'C' = \{O'\}$ Avem:

$$\Delta AMC \sim \Delta O'MA'$$

$$\Rightarrow \frac{MO'}{AM} = \frac{A'O'}{AC} = \frac{A'M}{MC} = \frac{1}{2} \Rightarrow A'O' = \frac{1}{2} A'C' \Rightarrow$$

O' este centrul feței $A'B'C'D'$.

$$\text{În } \Delta AA'O' (T.P.) \Rightarrow AO'^2 = c^2 + \frac{a^2 + b^2}{4} \text{ și}$$

$$AM = \frac{2}{3} \cdot AO'.$$

Aplicăm teorema catetei și avem

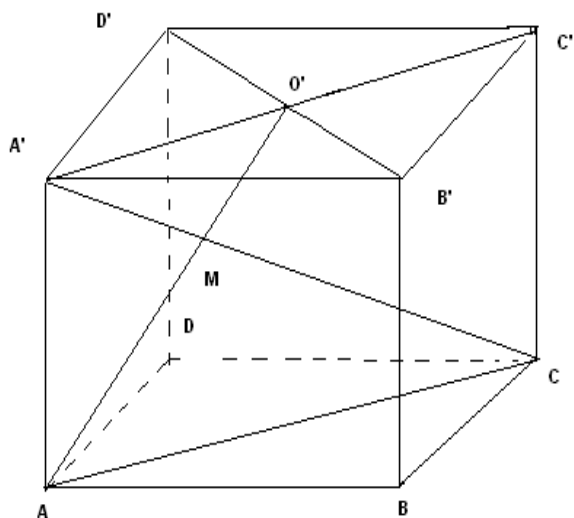
$$AA'^2 = AM \cdot AO' = \frac{2}{3} AO'^2$$

$$\Rightarrow c^2 = \frac{2}{3} \left(c^2 + \frac{a^2 + b^2}{4} \right)$$

$$\Rightarrow 3c^2 = 2c^2 + \frac{a^2 + b^2}{2} \Rightarrow a^2 + b^2 = 2c^2$$

$$\text{Cum } c \leq \min(a, b) \Rightarrow c \leq a, c \leq b \Rightarrow c^2 \leq a \cdot b \Rightarrow a^2 + b^2 = 2c^2 \leq 2ab \Rightarrow (a - b)^2 \leq 0.$$

$$\text{Dar } (a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow a = b \Rightarrow 2a^2 = 2c^2 \Rightarrow a = c \Rightarrow a = b = c \Rightarrow ABCDA'B'C'D' \text{ este cub.}$$



Problema propusa în nr. 1/2024

Elev Chira Cristian Petru

Clasa a VIII-a B

Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăștur

Prof. coordonator: Roman Ioana

Fie $ABCD A'B'C'D'$ o prismă patrulateră regulată dreaptă cu $AB = 6$ cm și $AA' = 12$ cm.

- Aflați lungimea segmentului BC' .
- Știm că prismă patrulateră $ABCD A'B'C'D'$ se secționează cu un plan paralel cu planul bazei, astfel încât M se află pe segmentul AA' , N se află pe segmentul BB' , P se află pe segmentul CC' și $AM = 3A'M$. Aflați aria dreptunghiului $CDMN$.
- Dacă $AC \cap BD = \{O\}$, aflați aria triunghiului $A'B'O$.

a) $\Delta C'CB$ dreptunghic, $\sphericalangle C'CB = 90^\circ \xRightarrow{T.P.}$

$$BC'^2 = BC^2 + CC'^2$$

$$BC' = \sqrt{36 + 144} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5} \text{ cm}$$

b) $AM = 3A'M$

$$A'M + MA = 4A'M$$

$$A'M = \frac{AA'}{4} = 3 \text{ cm} \Rightarrow MA = 3A'M = 9 \text{ cm}$$

$$(ABC) \parallel (MNP) \Rightarrow AB \parallel MN$$

$$AA' \parallel BB' \Rightarrow AM \parallel BN, \sphericalangle MAB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow ABNM \text{ dreptunghi, } MN = AB = 6 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel AB, MN = AB \\ AB \parallel CD, AB = CD \end{array} \right\} \Rightarrow MNCD \text{ paralelogram, } MN \parallel CD,$$

$$MN = CD = 6 \text{ cm, } MD = NC$$

$$\left. \begin{array}{l} MA \perp (ABCD) \\ AD \perp DC \\ AD, DC \subset (ABCD) \end{array} \right\} \xRightarrow{T3P} MD \perp DC$$

$$\Rightarrow \sphericalangle MDC = 90^\circ \Rightarrow MNCD \text{ dreptunghi}$$

$$\Delta MAD \text{ dreptunghic, } MAD = 90^\circ \xRightarrow{T.P.} MD^2 = MA^2 + AD^2$$

$$\Rightarrow MD = \sqrt{81 + 36} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13} \text{ cm}$$

$$A_{CDMN} = MN \cdot MD = 6 \cdot 3\sqrt{13} = 18\sqrt{13} \text{ cm}^2$$

c) $A'B' = 6 \text{ cm, } AA' = 12 \text{ cm}$

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{l\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\Delta A'AO \equiv \Delta B'BO \Rightarrow A'O \equiv B'O \Rightarrow \Delta A'B'O \text{ isoscel}$$

$$\text{Fie } M' \text{ mijlocul laturii } A'B' \Rightarrow OM' \perp A'B'$$

$$\text{Fie } N' \text{ mijlocul laturii } AB, ON' = \frac{BC}{2} = 3 \text{ cm,}$$

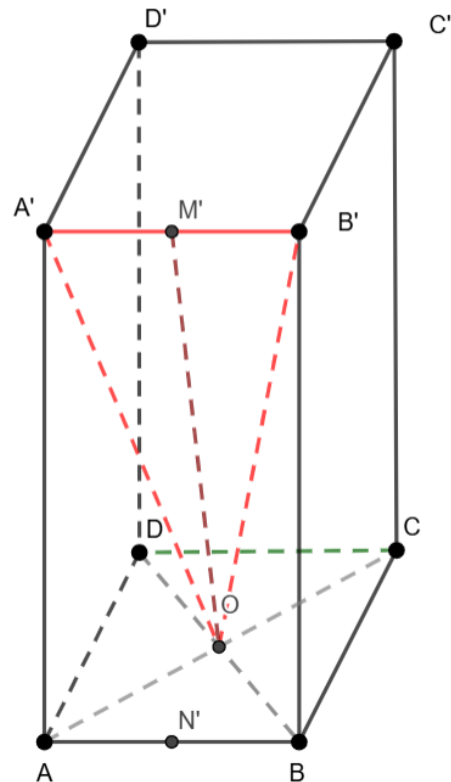
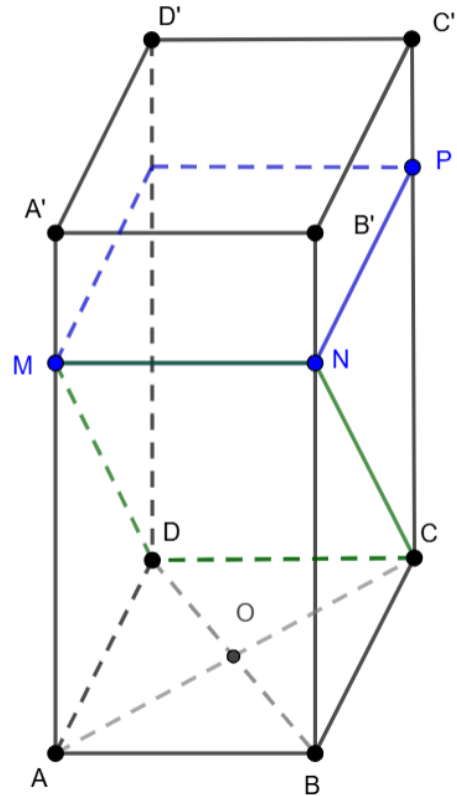
$$M'N' = 12 \text{ cm}$$

$$\Delta M'N'O \text{ dreptunghic, } M'N'O = 90^\circ \xRightarrow{T.P.}$$

$$M'O^2 = M'N'^2 + ON'^2$$

$$\Rightarrow M'O = \sqrt{144 + 9} = \sqrt{153} = 3\sqrt{19} \text{ cm}$$

$$A_{\Delta A'OB'} = \frac{A'B' \cdot M'O}{2} = \frac{6 \cdot 3\sqrt{19}}{2} = 9\sqrt{19} \text{ cm}^2$$



Secțiunea a III-a: PLANIFICAREA BUGETULUI

Planificarea bugetului pentru o excursie de 6 zile în Madrid, Spania

Excursie pentru elevii clasei a VIII-a - Școala Gimnazială Preluca-Nouă

Eleva Bode Maria Georgiana

Clasa a VIII-a

Școala Gimnazială Preluca-Nouă

Prof. coordonator: Costin Mariana

Număr persoane: 3 $\left\{ \begin{array}{l} \text{Maria: 14 ani} \\ \text{Daria: 14 ani} \\ \text{Matei: 14 ani} \end{array} \right.$

Traseu: Baia Mare – Cluj Napoca – Madrid

Întoarcere: Madrid – Cluj Napoca – Baia Mare

Buget total : 6.000 euro

Bani de buzunar (pe lângă total):

Maria: 500 euro

Daria: 500 euro

Matei: 500 euro

Ca să ajungem în județul Cluj Napoca, am plătit un prieten cu 30 euro ca să ne ducă $\Rightarrow$ *buget rămas*: $6.000 - 30 = 5.970$ euro

Biletele de avion au costat 400 euro / persoană , dar am avut o reducere de 20% , cu carnetul de elev $\Rightarrow$

$$20\% \text{ din } 400 = \frac{20}{100} \cdot 400 = \frac{8000}{100} = 80 \text{ euro} \Rightarrow$$

1 bilet avion = $400 - 80 = 320$ euro

3 bilete avion = $3 \times 320 = 960$ euro

Buget rămas = $5.970 - 960 = 5.010$ euro

Ajunși în Madrid, am mers cu un autocar până la cazare, unde un bilet costa 10 euro $\Rightarrow$ 3 bilete = $3 \times 10 = 30$ euro

Buget rămas = $5.010 - 30 = 4.980$ euro

Cazarea pe o noapte în Madrid costă 70 euro / cameră $\Rightarrow$

Cazare pe 5 nopți = $5 \times 70 = 350$ euro (*all inclusive*)

Buget rămas = $4.980 - 350 = 4.630$ euro

În a doua zi, fiecare și-a luat mai multe lucruri din banii de buzunar, fiecare cumpărând lucruri în valoare de:

Maria: *308 euro* $\Rightarrow$ bani rămași = $500 - 308 = 192$ euro

Daria: *219 euro* $\Rightarrow$ bani rămași = $500 - 219 = 281$ euro

Matei: *405 euro* $\Rightarrow$ bani rămași = $500 - 405 = 95$ euro

În a treia zi, ne-am plimbat prin mai multe muzee, unde am plătit pe bilete (total) 196 euro $\Rightarrow$

Buget rămas = $4.630 - 196 = 4.434$ euro

În a patra zi, am mers la un meci pe *stadionul Santiago Bernabeu din Madrid* , unde trebuia să joace 2 cluburi mari de fotbal din Spania: **Real Madrid** și **FC Barcelona**.

Un bilet costă 300 euro $\Rightarrow$ 3 bilete = $3 \times 300 = 900$ euro

Buget rămas = $4.434 - 900 = 3.534$ euro

După meci, am mers și ne-am luat câte un tricou original cu clubul de fotbal **Real Madrid**:

1 tricou = 116 euro $\Rightarrow$ 3 tricouri = $3 \times 116 = 348$ euro

Buget rămas = $3.534 - 348 = 3.186$ euro

În ultima zi, am plătit pentru lucruri luate în plus la cazare 297 euro $\Rightarrow$

Buget rămas = $3.186 - 297 = 2.889$ euro

Ajunși înapoi în Cluj Napoca, am luat un autocar până în Baia Mare, plătind 10 euro / persoană $\Rightarrow$

Buget rămas = $2.889 - 30 = 2.859$ euro

La final , am rămas cu **2.859 euro**, iar ca bani de buzunar, am rămas cu:

Maria: 192 euro

Daria: 281 euro

Matei: 95 euro

Planificare buget excursie de două zile, pentru 2 familii

Elevă: Moldovan Daria-Nicola

Clasa a VIII-a

Școala Gimnazială Preluca-Nouă

Prof. coordonator: Costin Mariana

Planificare buget excursie de două zile, pentru 2 familii (2 persoane/familie)

Știim că o noapte la hotel costă 1000/cameră(cazare și masă)

Estimăm: 500 lei combustibil

200 lei suveniruri

300 lei atracții turistice

Două zile la hotel: $2 \cdot 1000 = 2000$ lei

Pentru două familii: $2 \cdot 2000 = 4000$ lei

Calculăm bugetul necesar pentru excursie:

$4000 \text{ lei cazare} + 500 \text{ lei combustibil} + 500 \text{ lei suveniruri și vizitele atracții turistice} = 5000 \text{ lei}$

Planificarea bugetului familiei

Elevii Școlii Gimnaziale ”Vasile Gheție” Berința

Prof. coordonator: Roman Ioana

Banii reprezintă o parte importantă a vieții de zi cu zi. Gestionarea lor însă poate deveni foarte dificilă. Uneori auzi părinții, prietenii, colegii cum se plâng de lipsă sau insuficiență de bani. Banii devin o problemă atunci când nu-i ai în cantitatea dorită, în schimb, când îi ai, poți să nu știi ce să faci cu ei și cum să-i cheltui mai bine.

1. NEVOI ȘI DORINTE

Nevoia este o necesitate care trebuie satisfăcută pentru asigurarea sănătății fizice și psihice a omului; lipsa satisfacerii ei afectează negativ calitatea vieții individului.

Dorința este aspirația interioară spre obținerea unui lucru; lipsa satisfacerii ei provoacă dezamăgire, dar sănătatea fizică și psihică a persoanei nu este pusă în pericol.

2. BUGETUL DE FAMILIE

Bugetul de familie reprezintă estimarea pe o perioadă de timp a veniturilor și cheltuielilor unei familii.

În funcție de raportul dintre venituri și cheltuieli, bugetul poate fi:

- excedentar – veniturile sunt mai mari decât cheltuielile;
- echilibrat – veniturile sunt aproximativ egale cu cheltuielile;
- deficitar – veniturile sunt mai mici decât cheltuielile.

Planificarea bugetului unei familii este importantă pentru: evitarea problemelor financiare, atragerea unor surse noi de venituri, economisirea unor sume de bani, investirea unor sume de bani.

Mărirea veniturilor unei familii se poate realiza prin prestarea de ore suplimentare la serviciu, găsirea unui al doilea loc de muncă, schimbarea locului de muncă cu unul mai bine plătit.

Reducerea cheltuielilor se poate realiza prin reducerea consumurilor inutile/a risipei (de exemplu, stingerea luminii la ieșirea din cameră), achiziționarea de produse de aceeași calitate, la prețuri mai mici.

3. BUGETUL PERSONAL

Ca parte a bugetului de familie, bugetul personal reprezintă estimarea pe o perioadă de timp a veniturilor și a cheltuielilor unei persoane.

Atunci când veniturile sunt mai mari decât cheltuielile, diferența exprimă partea necheltuită din venit, purtând numele de economii. Economisirea servește pentru acumularea

unor sume de bani necesare realizării de investiții sau pentru alocarea unor sume pentru situații neprevăzute.

Dacă veniturile sunt mai mici decât cheltuielile, bugetul personal se află într-o situație de impas, ceea ce impune fie atragerea de noi venituri, fie reducerea sau reorientarea cheltuielilor.

Planificarea bugetului personal te poate ajuta să conștientizezi sursele de venit și să reflectezi asupra modalităților de suplimentare a venitului, să faci diferența dintre nevoi și dorințe, să nu cheltuiești mai mult decât veniturile, adică să nu te îndatorezi, să îți planifici cheltuielile, să economisești.

Estimarea corectă a cheltuielilor și a veniturilor și corelarea lor permanentă conduc la obținerea unui buget optim, ce conferă persoanei siguranță și stabilitate financiară.

Echipa 1

Elevi: Ponde Maria, Rad Ștefania, Mihalca Cristina

Realizați bugetul unei familii cu 4 membri și venit minim pe economie.

Venituri	Cheltuieli
1. Salar tata (Salariu minim pe economie net 2025): 3700 lei 2. Salar mama (Salariu minim pe economie net 2025): 3700 lei 3. Alocație copil 1: 292 lei 4. Alocație copil 2: 292 lei 5. Bursă de merit copil 1: 450 lei 6. Bursă de reziliență copil 2: 300 lei 7. Alte venituri:- 8. Total: 8734 lei	1. Facturi • Energie electrică (curent): 250 lei • Gaz: 150 lei • Internet, cablu tv, telefonie (toată familia): 100 lei • Apă, canalizare: 300 lei Total: 800 lei 2. Alimente (pentru toată familia): 1700 lei 3. Transportul/mașina: 200 lei 4. Produse de igienă: 800 lei 5. Încălțăminte, îmbrăcăminte, accesorii: 300 lei 6. Timp liber (excursii, cinema, distracții): 150 lei 7. Medicamente (dacă sunt necesare): 300 lei 8. Educație (cursuri, cărți): 150 lei 9. Hobbyuri, pasiuni: 200 10. Alte cheltuieli: 1000 lei Total: 5600 lei
Suma economisită: 3134 lei Tip buget: excedentar Recomandări: Economisirea unei sume de bani și cheltuirea unor sume mai mari pentru timp liber, educație și pasiuni.	

Echipa 2

Elevi: Coroian Antonia, Jula Iulia, Pop Mario, Cercel Yannis

Realizați bugetul unei familii cu 4 membri și venit minim pe economie cu rată bancară sau chirie.

Venituri	Cheltuieli
1. Salar tata (Salariu minim pe economie net 2025): 3700 lei 2. Salar mama (Salariu minim pe economie net 2025): 3700 lei 3. Alocație copil 1: 292 lei 4. Alocație copil 2: 292 lei 5. Bursă de merit copil 1: 450 lei 6. Bursă de reziliență copil 2: 300 lei 7. Alte venituri: - Total: 8734 lei	1. Chirie/ rate bancare: 1500 lei 2. Facturi • Energie electrică :200 lei • Gaz 350 lei • Internet, cablu tv, telefonie (toată familia): 200 lei • Apă, canalizare: 150 lei Total: 900 lei 3. Alimente (pentru toată familia): 800 lei 4. Transportul/mașină: 1500 lei 5. Produse de igienă: 200 lei 6. Încălțăminte, îmbrăcăminte, accesorii: 500 lei 7. Timp liber (excursii, cinema, distracții): 500 lei 8. Medicamente (dacă sunt necesare): 200 lei 9. Educație (cursuri, cărți): 100 lei 10. Hobbyuri, pasiuni: 100 lei Total: 6300 lei
Suma economisită: 2434 lei Tip buget: excedentar Recomandări: Economisirea unei sume de bani și cheltuirea unei sume pentru achitarea ratei sau cumpărarea unei locuințe	

Echipa 3

Elevi: Miculaș Mizsnyak Rareș Paul, Buda Darius, Banta Dinu, Pop Laurentiu

Realizați bugetul unei familii cu 4 membri și venit mediu pe economie cu rată bancară sau chirie.

Venituri	Cheltuieli
1. Salar tata (Salariu mediu pe economie net 2025): 5351 de lei 2. Salar mama (Salariu mediu pe economie net 2025): 5351 de lei 3. Alocație copil 1: 292 lei 4. Alocație copil 2: 292 lei 5. Bursă de merit copil 1: 450 lei	1. Chirie/ rate bancare: 1500 lei 2. Facturi • Energie electrică: 300 lei • Gaz: 500 lei • Internet, cablu tv, telefonie (toată familia): 100 lei • Apă, canalizare: 100 lei Total: 1000 lei

6. Bursă de reziliență copil 2: 300 lei 7. Alte venituri: Total: 12036 lei	3. Alimente (pentru toată familia): 900 lei 4. Transportul/mașina: 450 lei 5. Produse de igienă: 150 lei 6. Încălțăminte, îmbrăcăminte, accesorii: 1300 lei 7. Timp liber (excursii, cinema, distracții): 500 lei 8. Medicamente (dacă sunt necesare): 250 lei 9. Educație (cursuri, cărți): 100 lei 10. Hobbyuri, pasiuni: 300 lei 11. Alte cheltuieli: Mecanic și reparații mașină: 2000 lei Stomatologie: 1000 lei Total: 9450 lei
Suma economisită: 2586 lei Tip buget: excedentar Recomandări: Economisirea unei sume de bani și cheltuirea unei sume pentru achitarea ratei sau cumpărarea unei locuințe	

Echipa 4

Elevi: Marc Natalia, Oniga Daniela, Lazar Giulia, Pop Xenia

Realizați bugetul unei familii cu 4 membri și venit mai mare decât salariul mediu pe economie

Venituri	Cheltuieli
1. Salar tata (Salariu mediu pe economie net 2025): 5500 lei 2. Salar mama (Salariu mediu pe economie net 2025): 6000 lei 3. Alocație copil 1: 292 lei 4. Alocație copil 2: 292 lei 5. Bursă de merit copil 1: 450 lei 6. Bursă de reziliență copil 2: 300 lei 7. Alte venituri: - Total: 12834 lei	1. Chirie/ rate bancare: 2000 lei 2. Facturi - Energie electrică: 300 lei - Gaz 400 lei - Internet, cablu tv, telefonie (toată familia): 400 lei - Apă, canalizare: 100 lei Total: 1200 lei 3. Alimente (pentru toată familia): 800 lei 4. Transportul/mașina: 100 lei 5. Produse de igienă: 200 lei 6. Încălțăminte, îmbrăcăminte, accesorii: 800 lei 7. Timp liber (excursii, cinema, distracții): 100 lei 8. Medicamente (dacă sunt necesare): 250 lei 9. Educație (cursuri, cărți): 100 lei 10. Hobbyuri, pasiuni: 400 lei 11. Alte cheltuieli: 4725 lei Total: 10675
Suma economisită: 2159 lei Tip buget: excedentar Recomandări: Economisirea unei sume de bani și cheltuirea unei sume pentru achitarea ratei sau cumpărarea unei locuințe	

Planificarea bugetului de familie

Elevii clasei a VI-a B
Școala Gimnazială "Augustin Buzura" Copalnic Mănăstur
Prof. coordonator: Roman Ioana

Echipa 1

Elevii: Țandea Andra, Filip Ramona, Toader Andrei, Ghiulai Adrian
Realizați bugetul unei familii cu 4 membri și venit minim pe economie.

Venituri	Cheltuieli
1. Salar tata (Salariu minim pe economie net 2025): 3700 lei 2. Salar mama (Salariu minim pe economie net 2025): 3700 lei 3. Alocație copil 1: 292 lei 4. Alocație copil 2: 292 lei 5. Bursă de merit copil 1: 450 lei 6. Bursă de reziliență copil 2: 300 lei 7. Alte venituri:- Total: 8734 lei	1. Facturi • Energie electrică (curent): 500 lei • Gaz: 300 lei • Internet, cablu tv, telefonie (toată familia): 150 lei • Apă, canalizare: 50 lei Total: 1000 lei 2. Alimente (pentru toată familia): 1000 lei 3. Transportul/mașina: 1200 lei 4. Produse de igienă: 500 lei 5. Încălțăminte, îmbrăcăminte, accesorii: 1500 lei 6. Timp liber (excursii, cinema, distracții): 500 lei 7. Medicamente (dacă sunt necesare): 500 lei 8. Educație (cursuri, cărți): 1000 lei 9. Hobbyuri, pasiuni: 2000 10. Alte cheltuieli: 1500 lei Total: 10700 lei
Tip buget: deficitar Suma deficitară: 3134 lei Recomandări: Reducerea unor cheltuieli ce nu reprezintă nevoi, ci dorințe. Economisirea unei sume de bani și cheltuirea unor sume mai mici pentru timp liber, educație sau pasiuni. Căștigarea unor sume de bani din alte surse, cum ar fi al doilea job.	

Echipa 2

Elevi: Bonaț Alexandra, Kote Beneamin, Mendelson Daniela, Conț Casian

Realizați bugetul unei familii cu 4 membri și venit minim pe economie cu rată bancară sau chirie.

Venituri	Cheltuieli
1. Salar tata (Salariu minim pe economie net 2025): 3700 lei 2. Salar mama (Salariu minim pe economie net 2025): 3700 lei 3. Alocație copil 1: 292 lei 4. Alocație copil 2: 292 lei 5. Bursă de merit copil 1: 450 lei 6. Bursă de reziliență copil 2: 300 lei 7. Alte venituri: - Total: 8734 lei	1. Chirie/ rate bancare: 2000 lei 2. Facturi • Energie electrică : 200 lei • Gaz 300 lei • Internet, cablu tv, telefonie (toată familia): 150 lei • Apă, canalizare: 500 lei Total: 1150 lei 3. Alimente (pentru toată familia): 1600 lei 4. Transportul/mașină: 800 lei 5. Produse de igienă: 300 lei 6. Încălțăminte, îmbrăcăminte, accesorii: 1000 lei 7. Timp liber (excursii, cinema, distracții): 500 lei 8. Medicamente (dacă sunt necesare): 300 lei 9. Educație (cursuri, cărți): 500 lei 10. Hobbyuri, pasiuni: 400 lei Total: 8550 lei
Tip buget: echilibrat Suma economisită: 184 lei Recomandări: Părinții ar putea să își ia încă un loc de muncă sau să schimbe locul actual de muncă pentru unul cu salar mai mare decât venitul minim pe economie. Familia ar putea să reducă cheltuielile de la hobbyuri și distracție.	

Echipa 3

Elevi: Conț Karla, Stoica Alesia, Șchiop Natanel, Toader Roberto, Stoica Paul

Realizați bugetul unei familii cu 4 membri și venit mediu pe economie cu rată bancară sau chirie.

Venituri	Cheltuieli
1. Salar tata (Salariu mediu pe economie net 2025): 5351 de lei 2. Salar mama (Salariu mediu pe economie net 2025): 5351 de lei 3. Alocație copil 1: 292 lei 4. Alocație copil 2: 292 lei 5. Bursă de merit copil 1: 450 lei	1. Chirie/ rate bancare: 1500 lei 2. Facturi • Energie electrică: 200 lei • Gaz: 400 lei • Internet, cablu tv, telefonie (toată familia): 150 lei • Apă, canalizare: 100 lei Total: 850 lei

6. Bursă de reziliență copil 2: 300 lei 7. Alte venituri: Total: 12036 lei	3. Alimente (pentru toată familia): 500 lei 4. Transportul/mașina: 500 lei 5. Produse de igienă: 150 lei 6. Încălțăminte, îmbrăcăminte, accesorii: 200 lei 7. Timp liber (excursii, cinema, distracții): 250 lei 8. Medicamente (dacă sunt necesare): 150 lei 9. Educație (cursuri, cărți): 100 lei 10. Hobbyuri, pasiuni: 300 lei 11. Alte cheltuieli: 100 Total: 4600 lei
Suma economisită: 7436 lei Tip buget: excedentar Recomandări: Economisirea unei sume de bani și cheltuirea unei sume pentru achitarea ratei sau cumpărarea unei locuințe.	

Secțiunea a IV-a: PROBLEME PROPUSE

Prof. Ioana Roman, prof. Raluca Moldovan, prof. Mariana Costin

Clasa a V-a

Problema 5.7

Aflați toate numerele de forma $\overline{abcabc}$, știind că sunt divizibile cu 5, iar $a + b + c = 10$, a este divizibil cu 2 și $a < b$.

Problema 5.8

Determinați ultima cifră a sumei $s = 2^{2025} + 3^{2026}$.

Problema 5.9

Fie numerele a și b , unde $a = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2025}$ și $b = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2024}{2025}$. Să se calculeze media aritmetică a numerelor a și b .

Problema 5.10

Verificați dacă numărul $n = 2024 + 2(1 + 2 + 3 + \dots + 2023)$ este pătrat perfect.

Problema 5.11

Arătați că numărul $n = \left[\left(\frac{1}{15} - \frac{1}{18} \right) : \frac{1}{45} + 0,01(6) : \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{15} \right) \right] : 1\frac{1}{2}$ este natural.

Problema 5.12

Daria a cheltuit o sumă de bani astfel: în prima zi a cheltuit jumătate din sumă; doua zi a cheltuit o treime din rest; a treia zi a cheltuit ultimii 24 lei.

a) Este posibil ca Daria să fi avut suma de 78 lei? Justifică răspunsul dat.

b) Determină suma de bani avută inițial de Daria.

Problema 5.13

Arătați că numărul $3 \cdot 16^k \cdot 3^{4k+3}$ este pătrat perfect pentru orice număr natural k .

Problema 5.14

Într-o clasă sunt cel mult 33 de elevi, dar nu mai puțin de 20. Aflați câți elevi sunt în această clasă dacă jumătate au participat la etapa pe școală a Comuniadei, iar o șeptime la un concurs de șah.

Problema 5.15

Un grup de turiști fac o excursie în Delta Dunării și trebuie repartizați în bărci. Dacă în fiecare barcă așezăm câte 4 persoane, vor rămâne 3 persoane pe mal. Dacă vom repartiza câte 5 persoane, o barcă va rămâne nefolosită iar într-una din bărcile folosite vor fi doar 3 persoane.

a) Este posibil, ca în aceste condiții, să avem un grup format din 35 de persoane?

b) Aflați câți turiști sunt în grup și câte bărci au fost folosite.

Clasa a VI-a

Problema 6.8

Un bilet de avion s-a ieftinit cu 60 %, iar apoi s-a mai ieftinit cu 21 %. Biletul are acum preț de 94,8 lei. Calculați prețul inițial al biletului.

Problema 6.9

- a) Dacă $\frac{3x - 2y}{2x - y} = \frac{6}{5}$, calculați $\frac{x}{y}$.
- b) Dacă $\frac{2x - 3y}{2x - y} = \frac{1}{2}$, calculați $\frac{3x - 5y}{x - y}$.

Problema 6.10

Rezolvați ecuațiile și inecuațiile:

- a) $3x = 9x + 8$ d) $7x - 2(1 - x) = 13x - 8$
 b) $x - 3 = -3x + 3$ f) $2x > 6x + 4$
 c) $5x - 3 = 1 + x$ g) $|x - 3| < 2$

Problema 6.11

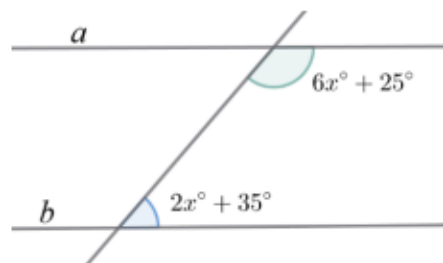
O florăreasă vinde unei persoane 62 fire de flori, garoafe și trandafiri. Prețul unei garoafe este de 2 lei iar al unui trandafir este de 5 lei. Aflați numărul minim de fire de trandafir pe care ar trebui să-l vândă pentru a încasa mai mult de 143 lei.

Problema 6.12

Unghiurile ascuțite ale unui triunghi dreptunghic sunt invers proporționale cu 0,1(6) și 0,(3). Să se afle cele două unghiuri.

Problema 6.13

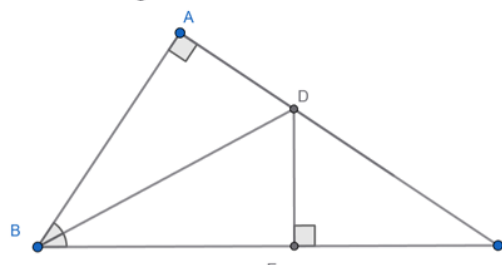
În figura alăturată dreptele a și b sunt paralele. Aflați valoarea lui x .



Problema 6.14

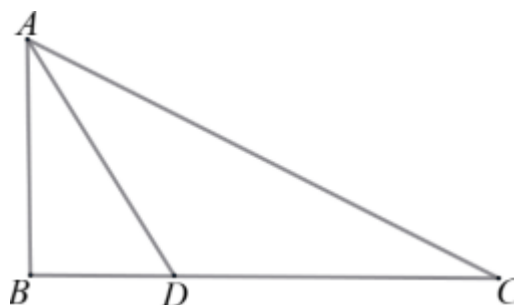
În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC , $\angle BAC = 90^\circ$, semidreapta BD este bisectoarea unghiului ABC , $D \in AC$, $DE \perp BC$, $E \in BC$, iar $AB = 12 \text{ cm}$ și $BC = 20 \text{ cm}$.

- a. Arătați că $DC = 10 \text{ cm}$
 b. Determinați perimetrul triunghiului DEC .



Problema 6.15

În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC în B , cu $\angle BAC = 60^\circ$. Semidreapta AD este bisectoarea unghiului BAC și $BD = 2 \text{ cm}$. Lungimea laturii AC



Clasa a VII-a

Problema 7.8

Se consideră numerele reale $a = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ și $b = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$.

- Verifică dacă $a+b$ este număr natural;
- Calculează media aritmetică a numerelor a și b ;
- Calculează media geometrică a numerelor a și b .

Problema 7.9

Arătați că $\sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 51} \in \mathbb{Q}$ și că $\sqrt{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 51} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Problema 7.10

7. Rezolvați ecuațiile și analizați toate cazurile posibile în funcție de parametrul real m :

- $(m + 1)x - 2x + 3 = 0$
- $(2m + 1)x + 1 = 3x - m + 2$
- $(m^2 + 1)x = m^2 + 1$

Problema 7.11

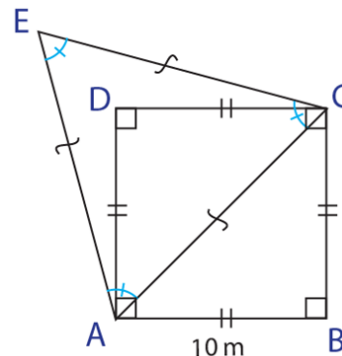
O persoană investește o sumă de bani în două companii. Prima companie, în care a investit $\frac{3}{8}$ din sumă, îi aduce un profit anual de 15% din suma investită, iar a doua companie, în care a investit restul sumei, îi aduce un profit anual de 32% din suma investită.

- Ce procent din suma totală investită în cele două companii reprezintă profitul anual obținut de la a doua companie?
- Aflați suma investită în cele două companii, știind că profitul lunar a fost de 410 lei.

Problema 7.12

Un teren are forma unui pătrat ABCD cu latura de 10 m. În afara terenului, în punctul E, se află o fântână. Știind că triunghiul ACE este echilateral, arătați că:

- Distanța de la punctul A la fântâna E este egală cu $5\sqrt{2}$ m.
- Distanța de la fântâna E la alea AC este egală cu $5\sqrt{6}$ m.
- Aria triunghiului ACE este egală cu $50\sqrt{3}$ m²



Problema 7.13

Fie ABCD este un patrulater convex și O este punctul de intersecție a diagonalelor lui. Prin O se duce paralela la BC, care intersectează AB în E și paralela la CD, care intersectează AD în F. Demonstrați că $BD \parallel EF$.

Problema 7.14

Calculați $\sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ$.

Problema 7.15

Într-un pătrat ABCD cu latura 12 cm, M și N sunt mijloacele laturilor AB și BC. Aflați distanța de la punctul A la dreapta DN și calculați aria triunghiului MND.

Clasa a VIII-a

Problema 8.6

Fie mulțimea $A = \left\{ \frac{8}{-4}, \sqrt{0, (4)}, -\frac{15}{-3}, -\sqrt{12}, \sqrt{0, (2)}, +\sqrt{4}, 3, \sqrt{5\frac{4}{9}} \right\}$. Determinați cardinalul următoarelor mulțimi: $A \cap \mathbb{N}, A \cap \mathbb{Z}, A \cap \mathbb{Q}, A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}), A \cap \mathbb{R}, A \setminus \mathbb{Z}, A \setminus \mathbb{Q}, A \setminus \mathbb{R}$.

Problema 8.7

Se consideră expresia

$$E(x) = \left(\frac{x+2}{2x-1} + \frac{2x^2-x+2}{4x^2-1} - \frac{x-1}{2x+1} \right) \cdot \frac{2x^2-5x+2}{x^2-x-12}, x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 4, -3 \right\}$$

a. Arătați că $2x^2 - 5x + 2 + (2x + 1)(x + 3) = (2x - 1)(x - 2) + 2x^2 + 7x + 3$, pentru orice număr real x .

b. Determinați elementele mulțimii $A \cap [1, 6)$, unde $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, E(x) \in \mathbb{Z}\}$.

Problema 8.8

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} f(x) = 2x + 1$

a) Calculați $f(\sqrt{2}) f(\sqrt{2} - 1)$

b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare Oxy.

c) Determinați coordonatele punctului de pe graficul funcției ale cărei coordonate să fie numere opuse.

d) Arătați că pentru orice număr n aparținând lui $\mathbb{N}^*$ și numărul $\sqrt{f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) - 2n}$ este natural.

Problema 8.9

Fie o prismă hexagonală regulată ABCDEFGHIJKL, care are fețele laterale pătrate și $AB = \sqrt{3}$ cm. Aflați:

a. Volumul prisme;

b. Unghiul dreptelor AC și LI;

c. Specificați natura triunghiului HKJ și determinați aria acestuia.

Problema 8.10

În piramida patrulateră regulată VABCD, toate muchiile au lungimea de 6 cm. Dacă M, N sunt mijloacele muchiilor BC, respectiv AD, calculați perimetrul $\triangle VMN$.

Problema 8.10

În figura alăturată este reprezentat tetraedrul regulat ABCD cu $AB = 6$ cm. Punctele M, N, P și Q aparțin segmentelor AB, BC, CD, respectiv AD, astfel încât $AM = BN = CP = DQ = 2$ cm.

a) Demonstrează că unghiul dintre dreptele MN și AC are măsura de 30°

b) Punctul O este mijlocul segmentului MP. Demonstrează că dreapta MP este perpendiculară pe planul (NOQ).

